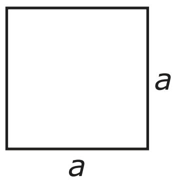
Mittlerer Schulabschluss und schriftliche Überprüfung Klasse 10 Mathematik

Mathematische Formeln

Quadrat

Flächeninhalt:
$A = a \cdot a = a^2$

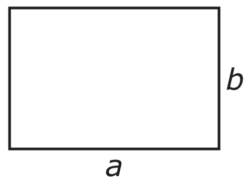
Umfang:
$u = 4 \cdot a$



Rechteck

Flächeninhalt:
$A = a \cdot b$

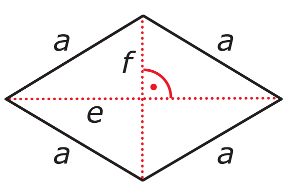
Umfang:
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Raute

Flächeninhalt:
$A = \frac{e \cdot f}{2}$

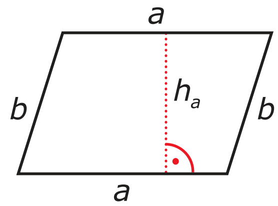
Umfang:
$u = 4 \cdot a$



Parallelogramm

Flächeninhalt:
$A = a \cdot h_a$

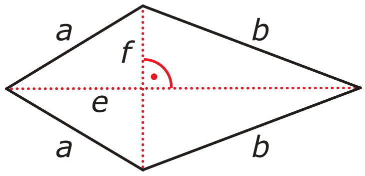
Umfang:
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Drachen

Flächeninhalt:
$A = \frac{e \cdot f}{2}$

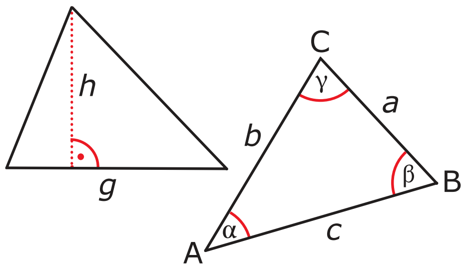
Umfang:
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Dreieck

Flächeninhalt:
$A = \frac{g \cdot h}{2}$

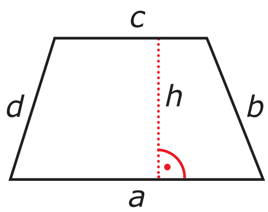
Umfang:
$u = a + b + c$



Trapez

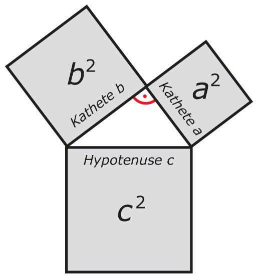
Flächeninhalt:
$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

Umfang:
$u = a + b + c + d$



Satz des Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$

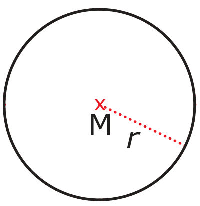


Kreis

Durchmesser:
$d = 2 \cdot r$

Flächeninhalt:
$A = \pi \cdot r^2$

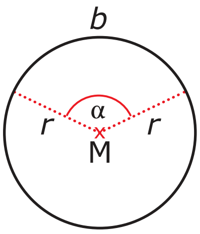
Umfang:
$u = 2 \cdot \pi \cdot r$



Kreissektor

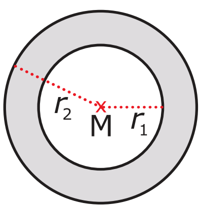
Flächeninhalt:
$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360°}$

Bogenlänge:
$b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}$



Kreisring

Flächeninhalt:
$A = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)$

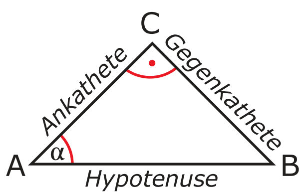


Trigonometrische Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck:

$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$



am allgemeinen Dreieck:

Sinussatz

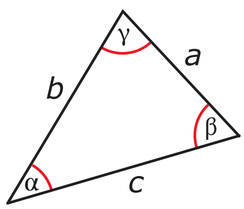
$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Kosinussatz

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$

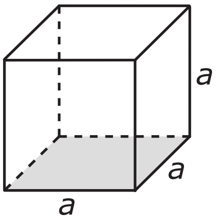
$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$



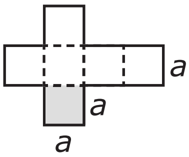
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Würfel

Volumen:
$V = a^3$

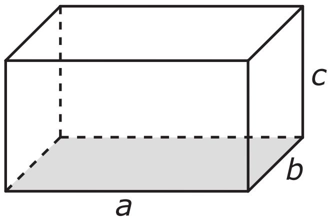


Oberfläche:
$O = 6 \cdot a^2$

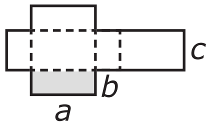


Quader

Volumen:
$V = a \cdot b \cdot c$



Oberfläche:
$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$

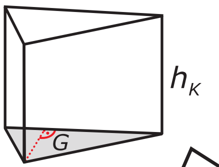


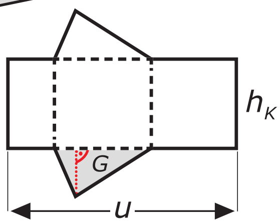
Prisma

Volumen:
$V = G \cdot h_K$

Mantelfläche:
$M = u \cdot h_K$

Oberfläche:
$O = 2 \cdot G + M$



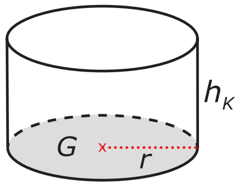


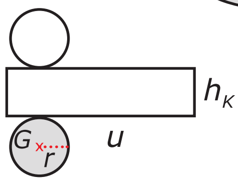
Zylinder

Volumen:
$V = G \cdot h_K$

Mantelfläche:
$M = u \cdot h_K$

Oberfläche:
$O = 2 \cdot G + M$

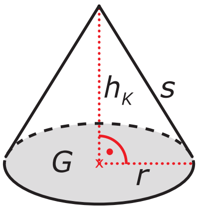




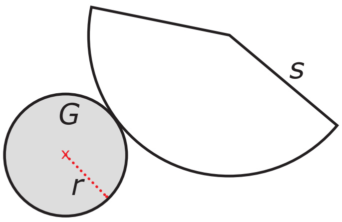
Kegel

Volumen:
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Mantelfläche:
$M = \pi \cdot r \cdot s$



Oberfläche:
$O = G + M$

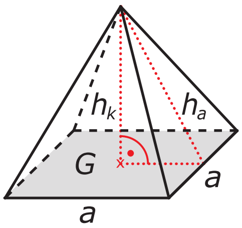


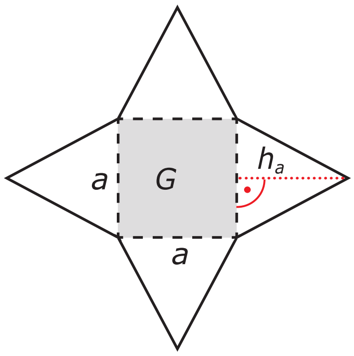
Pyramide

Volumen:
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Mantelfläche M einer quadratischen Pyramide:
$M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$

Oberfläche:
$O = G + M$

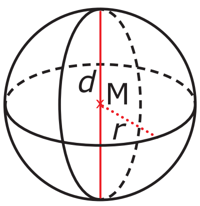




Kugel

Volumen:
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Oberfläche:
$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$



1. binomische Formel

$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

2. binomische Formel

$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

3. binomische Formel

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Mittlerer Schulabschluss und schriftliche Überprüfung Klasse 10 Mathematik
Mathematische Formeln

Prozentrechnung

Grundwert: $G \mathrel{\widehat{=}} 100\,\%$ $G = \dfrac{W}{p\,\%}$

Prozentsatz: $p\,\% = \dfrac{p}{100}$ $p\,\% = \dfrac{W}{G}$

Prozentwert: W $W = G \cdot p\,\%$

Zinseszins

Anfangskapital: K_0

Zinsfaktor: $q = 1 + \dfrac{p}{100}$

Anzahl der Jahre: n

Kapital mit Zinseszins Jahr für Jahr:

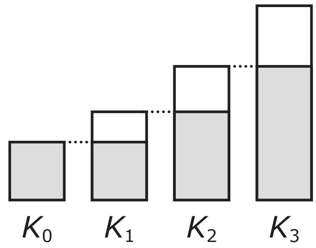
1. Jahr: $K_1 = K_0 \cdot q$

2. Jahr: $K_2 = K_1 \cdot q$

$\vdots$ $\vdots$

Kapital mit Zinseszins nach n Jahren:

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$



Potenzgesetze

$a^0 = 1$ $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ a, b reelle Zahlen $a > 0, b > 0$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ m, n natürliche Zahlen

$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = (a^n)^m$

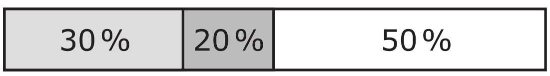
Wurzelgesetze

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

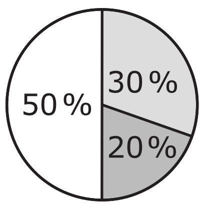
$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Anteile darstellen

Streifendiagramm



Kreisdiagramm



$100\,\% \mathrel{\widehat{=}} 360°$

$10\,\% \mathrel{\widehat{=}} 36°$

$1\,\% \mathrel{\widehat{=}} 3{,}6°$

Mittelwerte

arithmetisches Mittel $\bar{x}$
Das arithmetische Mittel (Durchschnittswert) ist die Summe aller Werte geteilt durch die Anzahl n der Werte.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Median $\tilde{x}$
Der Median (Zentralwert) liegt in der Mitte aller angeordneten Werte. Bei gerader Anzahl der Werte ist der Median das arithmetische Mittel der beiden mittleren Werte.

Laplace – Wahrscheinlichkeit

Sind alle Ergebnisse bei einem Zufallsexperiment gleich wahrscheinlich, so gilt für das Ereignis E:

$$P(\mathrm{E}) = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

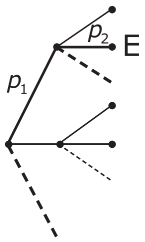
Mehrstufige Zufallsversuche

Mehrstufige Zufallsversuche lassen sich in einem Baumdiagramm darstellen.
Die Wahrscheinlichkeiten lassen sich mit Hilfe der Pfadregeln berechnen.

1. Pfadregel (Produktregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades.

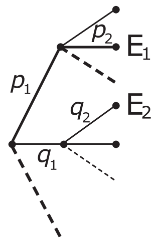
$P(\mathrm{E}) = p_1 \cdot p_2$



2. Pfadregel (Summenregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines zusammengetzten Ereignisses E ist gleich der Summe der einzelnen Pfad-Wahrscheinlichkeiten.

$P(\mathrm{E}) = P(\mathrm{E}_1) + P(\mathrm{E}_2) = p_1 \cdot p_2 + q_1 \cdot q_2$



Bezeichnungen von Funktionen

Zuordnungsvorschrift:

$x \mapsto x^2$

Funktionsgleichung:

$y = x^2$ *oder* $f(x) = x^2$

Lineare Funktionen

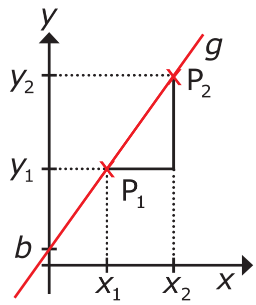
allgemeine Geradengleichung:

$g(x) = y = m \cdot x + b$

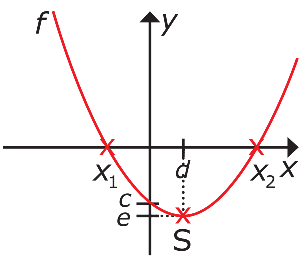
Steigung der Geraden: m

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \; x_2 \neq x_1$

y-Achsenabschnitt: b



Quadratische Funktionen



Scheitelpunkt $\mathrm{S}(d\,|\,e)$

allgemeine Form

$f(x) = ax^2 + bx + c$

Scheitelpunktform

$f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$

Normalform

$x^2 + px + q = 0$

Nullstellenbestimmung,
z. B. mit der pq-Formel:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}, \text{ wenn } \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$$

Es gibt keine Lösung, wenn $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q < 0$.

Exponentielles Wachstum

$f(x) = y = a \cdot q^x$

Anfangswert (Startwert): a
Wachstumsfaktor: q

$(a \in \mathbb{R} \setminus \{0\},\ q \in \mathbb{R}^+)$

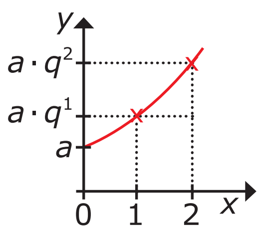
x	0	1	2	…
y	a	$a \cdot q$	$a \cdot q^2$	…

$+1 \quad +1$

$\cdot q \quad \cdot q$

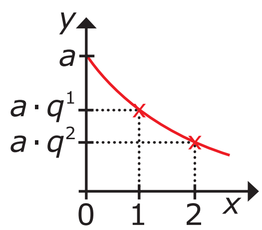
prozentuale Zunahme um p %

$q > 1,\ q = 1 + \dfrac{p}{100}$

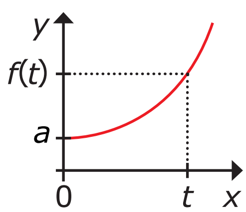


prozentuale Abnahme um p %

$0 < q < 1,\ q = 1 - \dfrac{p}{100}$



Exponentialfunktion



$f(t) = y = a \cdot b^t$

$t = \log_b \left(\dfrac{f(t)}{a}\right)$

$f(t)$ *Funktionswert*
a *Anfangswert*
b *Wachstumsfaktor*
t *Zeitpunkt*

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung